

BANQUE FILIERE PT - PHYSIQUE II-A

THERMODYNAMIQUE

Première partie

1) On utilise les relations des fluides en écoulement :

$$w_i + q_e = \Delta h + \Delta w_c + \Delta w_z \quad (1)$$

$$\Delta h = w_T + q_e + q_f \quad (2)$$

Par hypothèse $\Delta w_c = \Delta w_z = 0$

Il n'y a pas de machine dans l'échangeur donc $w_i = 0$

Pour une évolution réversible $q_f = 0$

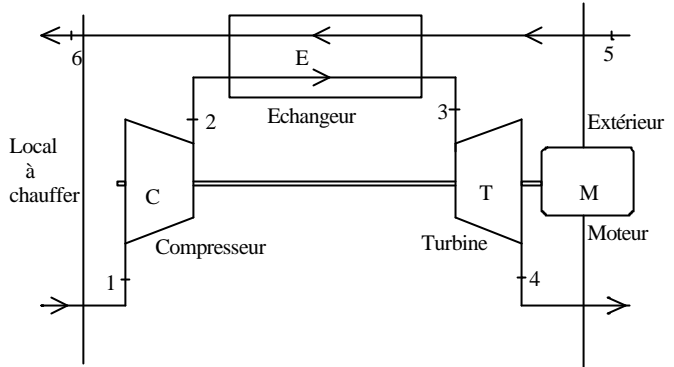
Les relations (1) et (2) donnent alors $w_T = 0$

Or, $w_T = \int v \cdot dP \Rightarrow dP = 0 \Rightarrow \boxed{P = \text{cte}}$

Dans l'échangeur, les débits pour les transformations 5-6 et 2-3 sont les mêmes.

En régime permanent l'enthalpie de l'échangeur est constante donc : $c_p(T_6 - T_5) + c_p(T_3 - T_2) = 0$

Soit : $T_2 - T_6 = T_3 - T_5 = \Delta T \Rightarrow \boxed{\Delta T = T_3 - T_5}$



2)

2a) D'après la relation (1) : $w_{ic} = \Delta h|_1^2 = c_p(T_2 - T_1)$

La transformation 1-2 est isentropique donc $T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_1 \cdot x \Rightarrow \boxed{w_{ic} = c_p T_1 (x - 1)}$

2b) De la même manière : $w_{it} = \Delta h|_3^4 = c_p(T_4 - T_3)$ et $T_4 = T_3 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \frac{T_3}{x}$ avec $T_3 = T_5 + \Delta T$

D'où : $\boxed{w_{it} = c_p T_3 \left(\frac{1}{x} - 1 \right) = c_p (T_5 + \Delta T) \left(\frac{1}{x} - 1 \right)}$

2c) La conservation de l'énergie impose : $w_m = w_{ic} + w_{it}$

Soit : $\boxed{w_m = c_p \left[T_1 (x - 1) + (T_5 + \Delta T) \left(\frac{1}{x} - 1 \right) \right]}$

2d) D'après la question 1) : $T_6 = T_2 - \Delta T = T_1 \cdot x - \Delta T \Rightarrow \boxed{T_6 = T_1 \cdot x - \Delta T}$

2e) La pression en 1 et en 6 étant la même, on peut considérer que, globalement, l'air n'a reçu aucun travail de l'extérieur. La relation (1) se réduit donc à : $q_e = \Delta h$ ou $\boxed{Q_{1-6} = h_6 - h_1}$

Il vient donc : $Q_{1-6} = c_p(T_6 - T_1)$ soit $\boxed{Q_{1-6} = c_p [T_1 (x - 1) - \Delta T]}$

3) On calcule φ_c à partir des résultats précédents :

$$\boxed{\varphi_c = \frac{T_1 (x - 1) - \Delta T}{T_1 (x - 1) + (T_5 + \Delta T) \left(\frac{1}{x} - 1 \right)}} \quad \text{soit} \quad \boxed{\varphi_c = \frac{x^2 - 1,068 \cdot x}{x^2 - 2x + 1}}$$

4)

4a) φ_c est maximal si sa dérivée $\frac{d\varphi_c}{dx} = 0$.

Cette propriété est vérifiée si $(2x - 1,068)(x^2 - 2x + 1) - (2x - 2)(x^2 - 0,068x) = 0$

Soit : $x^2 - 2,1073x + 1,146 = 0$

La seule solution supérieure à 1 est $x = 1,146$ soit $\varphi_c = 4,19$ et $T_6 = 315\text{K} = 43^\circ\text{C}$

A partir de la relation $x = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ on en déduit enfin : $\frac{P_2}{P_1} = 1,611$

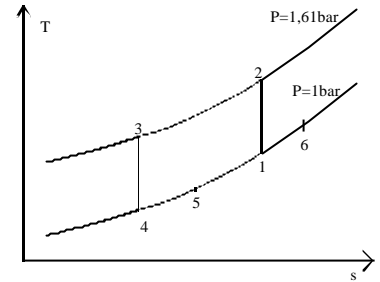
4b) Pour $T_6 = 27^\circ\text{C} = 300\text{K}$, on calcule $x = \frac{T_6 + \Delta T}{T_1} = \frac{320}{273}$ soit $x = 1,172$

On en déduit : $\frac{P_2}{P_1} = 1,743$ et $\varphi_c = 4,12$

4c) Les valeurs du taux de compression et du coefficient d'effet calorifique sont très voisines dans les deux cas.
Les critères de confort et de performance sont donc conciliables.

5) A partir des données de l'énoncé et de la loi de Laplace, on calcule P et T pour les six points. On obtient le tableau suivant:

N° du point	1	2	3	4	5	6
P (bar)	1	1,61	1,61	1	1	1
T (K)	293	335	293	257	273	315



Le cycle se trace alors facilement dans le diagramme (T,s) en faisant figurer les deux isobares $P_1 = 1\text{ bar}$ et $P_2 = 1,6\text{ bar}$.

Deuxième partie

6) On calcule successivement :

$$6a) \eta_c = \frac{w_{isc}}{w_{ic}} = \frac{c_p T_1 (x-1)}{w_{ic}} \Rightarrow w_{ic} = \frac{c_p T_1 (x-1)}{\eta_c}$$

$$6b) \eta_t = \frac{w_{it}}{w_{ist}} = \frac{w_{it}}{c_p (T_5 + \Delta T) \left(\frac{1}{x} - 1\right)} \Rightarrow w_{it} = \eta_t c_p (T_5 + \Delta T) \left(\frac{1}{x} - 1\right)$$

$$6c) w_m = w_{ic} + w_{it} \Rightarrow w_m = c_p \left[T_1 \frac{x-1}{\eta_c} + \eta_t (T_5 + \Delta T) \left(\frac{1}{x} - 1\right) \right]$$

$$6d) \text{ On a : } T_6 = T_2 - \Delta T \text{ avec } w_{ic} = c_p (T_2 - T_1) \text{ soit : } T_2 = T_1 \left[1 + \frac{x-1}{\eta_c} \right]$$

$$\text{Finalement : } T_6 = T_1 \left[1 + \frac{x-1}{\eta_c} \right] - \Delta T$$

$$6e) Q_{1-6} = c_p (T_6 - T_1) \text{ soit } Q_{1-6} = c_p \left(T_1 \frac{x-1}{\eta_c} - \Delta T \right)$$

$$7) \varphi_c = \frac{Q_{1-6}}{w_m} \text{ soit } \varphi_c = \frac{T_1 \frac{x-1}{\eta_c} - \Delta T}{T_1 \frac{x-1}{\eta_c} + \eta_t (T_5 + \Delta T) \left(\frac{1}{x} - 1\right)}$$

8) Pour $T_6 = 300$ K et $\eta_c = 0,85$ on calcule $x = 1 + \eta_c \left(\frac{T_6 + \Delta T}{T_1} - 1 \right)$ soit $x = 1,078$

On en déduit $\frac{P_2}{P_1} = 1,30$ et $\varphi_c = 0,883$

On constate une diminution importante du coefficient d'effet calorifique lorsque l'on tient compte de l'irréversibilité dans le compresseur ou la turbine.

9) Les valeurs numériques s'obtiennent à partir des données de l'énoncé et des relations :

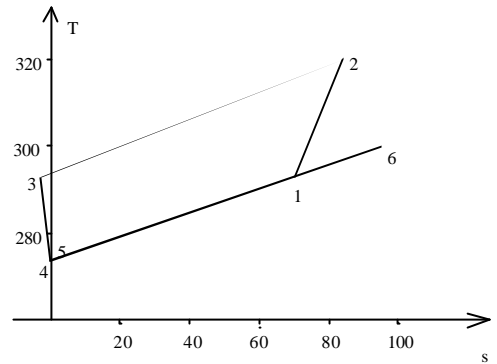
$$w_{it} = c_p(T_4 - T_3) = \eta_i(T_5 + \Delta T) \left(\frac{1}{x} - 1 \right) \Rightarrow T_4 = T_3 + \eta_i(T_5 + \Delta T) \left(\frac{1}{x} - 1 \right) = 274 \text{ K}$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - v \frac{dP}{P} \Rightarrow \Delta s = c_p \ln \frac{T}{T_0} - r \ln \frac{P}{P_0}$$

D'où le tableau de valeurs :

Points	1	2	3	4	5	6
P (bar)	1	1,3	1,3	1	1	1
T (K)	293	320	293	273	273	300
s (J.K ⁻¹ .kg ⁻¹)	70,7	83,8	-4,3	0	0	94,3

Le cycle dans le diagramme Ts est représenté ci-contre.

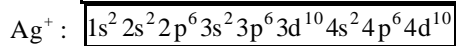
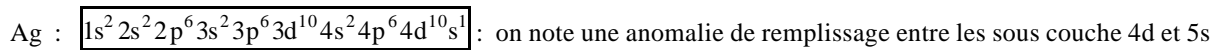


CHIMIE

D) Alliage et bijouterie

1) On utilise la règle de Klechkowsky sur le remplissage des couches électroniques.

Avec $Z = 47$ et des sous couches électroniques comportant successivement 2, 6 et 10 électrons, les configurations électroniques s'écrivent :



2) a) La maille c.f.c. est représentée ci-contre.

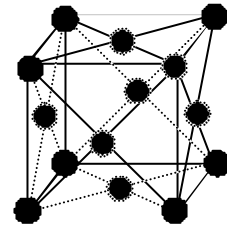
Les atomes d'argent sont assimilés à des sphères tangentes le long d'une diagonale.

Par conséquent : $2a^2 = (4R)^2$

Soit : $a = 2\sqrt{2} \cdot R = 407 \text{ pm}$

b) Par maille, on a 4 atomes, à savoir 1 atome au sommet et 3 atomes aux centres des faces

adjacentes. Donc $\rho = \frac{4M}{N \cdot a^3} = 10,6 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$



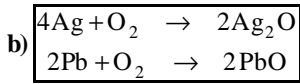
3) a) Le rayon d'un atome de cuivre est $r_{Cu} = 128 \text{ pm}$ trop important pour qu'un atome de cuivre puisse se loger dans les cavités du réseau de Ag.

Par conséquent l'alliage « Ag-Cu » est un alliage de substitution.

b) Dans ce cas la masse volumique vaut : $\rho' = \frac{3,52 \cdot M_{Ag} + 0,48 \cdot M_{Cu}}{N \cdot a^3} = 10,1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

II) Métallurgie de l'argent

1) a) Le diagramme d'Ellingham et le diagramme $\Delta_r G^0 = f(T)$ des réactions de formation des oxydes écrits avec le même coefficient stoechiométrique relatif au dioxygène et en considérant que $\Delta_r H^0$ et $\Delta_r S^0$ sont indépendants de T. Puisque $\Delta_r G^0 = \Delta_r H^0 - T \cdot \Delta_r S^0$ les courbes sont des droites (s'il n'y a pas de changement d'état)



c) Pour une réaction $\text{M} + \text{O}_2 \rightarrow \text{MO}$ l'entropie standard de la réaction est telle que $\Delta_r S^0 = S^0_{\text{MO}} - S^0_{\text{M}} - S^0_{\text{O}_2}$
Soit S^0_1 et S^0_2 les valeurs de l'enthalpie standard avant et après le changement d'état.

Alors : $\Delta S^0_2 - \Delta S^0_1 = [S^0_{\text{MO}}]_2 - S^0_{\text{MO}}]_1 + [S^0_{\text{M}}]_1 - S^0_{\text{M}}]_2$ et la pente P de la droite du diagramme d'Ellingham est de signe opposé à ΔS^0 .

zéro.

Donc :

- $\Delta S^0_2 > \Delta S^0_1$ soit $P_1 < P_2 \Rightarrow S^0_{\text{MO}}]_2 > S^0_{\text{MO}}]_1$ soit fusion de l'oxyde
- $\Delta S^0_2 < \Delta S^0_1$ soit $P_2 < P_1 \Rightarrow S^0_{\text{M}}]_2 < S^0_{\text{M}}]_1$ soit fusion du métal

En conclusion :
$$\begin{array}{l} \boxed{f \rightarrow \text{fusion de l'oxyde}} \\ \boxed{F \rightarrow \text{fusion du métal}} \end{array}$$

2) Le diagramme d'Ellingham du plomb a l'allure ci-contre.

On peut donc calculer la pente des deux courbes :

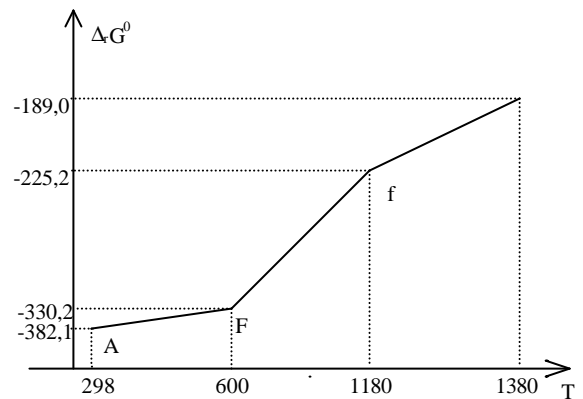
$$\text{AF} : P_1 = \frac{(-330,2 + 382,1)10^3}{600 - 298} = 171,8 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

$$\text{fF} : P_2 = \frac{(-225,2 + 330,2)10^3}{1160 - 600} = 187,5 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

On en déduit $\Delta_{\text{fus}} S^0 = P_2 - P_1 = 15,7 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
et $\Delta_{\text{fus}} H^0 = T_{\text{fus}} \cdot \Delta_{\text{fus}} S^0 = 15,7 \times 600 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

Cette valeur est valable pour 2 moles.

Finalement :
$$\boxed{\Delta_{\text{fus}} H^0 = 4710 \text{ J.mol}^{-1}}$$



3) Le diagramme d'Ellingham fourni nous montre que Ag_2O et H_2 dont les domaines de prédominance sont respectivement situés au dessus de la courbe 1 et en dessous de la courbe 3 sont stables dans des zones disjointes du plan.

Par conséquent **Ag_2O et H_2 peuvent réagir selon la réaction : $\text{Ag}_2\text{O} + \text{H}_2 \rightleftharpoons \text{Ag} + \text{H}_2\text{O}$**

On constate en outre que l'écart entre les deux courbes augmente à partir de 1200 K.

Il faut donc opérer à $T > T_2 = 1200 \text{ K}$.

4) Soit la réaction : $4\text{Ag} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{Ag}_2\text{O}$

$$\text{A l'équilibre} : K = \frac{(a_{\text{Ag}_2\text{O}})^2}{a_{\text{O}_2} \cdot (a_{\text{Ag}})^4} = \frac{1}{P_{\text{O}_2}(\text{bar})}$$

S'il y a décomposition à l'air libre, alors $P_{\text{O}_2} = 0,2 \text{ bar}$ et $K = 5$.

On en déduit $\ln K = 1,609 = -\frac{\Delta_r G^0}{RT}$ soit $\Delta_r G^0(\text{kJ}) = 13,38 \cdot 10^{-3} \cdot T$

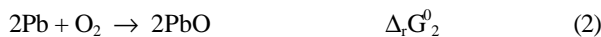
Posons $\Delta_r G^0 = y$. Alors y est l'ordonnée d'un point de la droite d'Ellingham du couple 1 et vérifie donc :

$$\frac{y - (-28,2)}{T - 298} = \frac{75,1 - (-28,2)}{1235 - 298} = 0,110$$

On remplace y par son expression en fonction de T et on obtient l'équation en T :

$$0,11 \cdot T - 60,98 = 13,38 \cdot 10^{-3} \cdot T \Rightarrow \boxed{T_1 = 631 \text{ K}}$$

5) a) Soit les deux réactions $4\text{Ag} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{Ag}_2\text{O}$ $\Delta_r G^0_1$ (1)



D'après le diagramme d'Ellingham, on peut affirmer que $\Delta_r G_1^0 \gg \Delta_r G_2^0$ donc $K_2 \gg K_1$.

Pour une même valeur de P_{O_2} , la réaction (2) est plus déplacée vers la droite que la réaction (1).

Donc **PbO se forme alors que Ag reste sous forme métallique.**

b) Pour que cette réaction se produise correctement, on a intérêt à avoir Pb liquide.

Il faut donc se placer à $T > T_2 = 600 \text{ K}$.

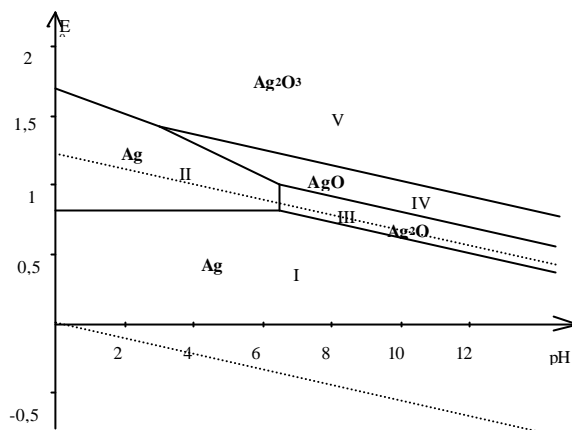
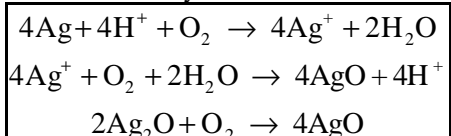
III) Diagramme E-pH de l'argent

1) Le diagramme est représenté ci-contre.

2) Les espèces susceptibles d'être oxydées par l'oxygène de l'air sont celles situées sous la droite (a). A savoir :

Ag, Ag⁺ et Ag₂O (faiblement)

Les réactions d'oxydation sont les suivantes :

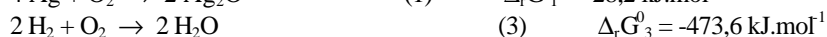


3) Les espèces susceptibles d'être oxydées par l'oxygène de l'air sont celles situées au-dessus de la droite (b). A savoir :

Ag⁺, Ag₂O, AgO, Ag₂O₃

Ce résultat est cohérent avec celui de la question II.3

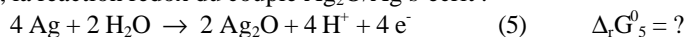
4) Le tableau I de l'énoncé nous donne l'enthalpie libre standard des réactions à 298 K; à savoir :



En faisant la différence (1) - (3) on obtient :



Or, la réaction redox du couple Ag₂O/Ag s'écrit :



Cette réaction (5) est la somme de la réaction (4) et de la réaction (6) suivante :



Cette réaction (6) est la réaction de définition du potentiel redox de référence (électrode normale à hydrogène).

Donc $E_6^0 = 0$ et $\Delta_r G_6^0 = 4.F. E_6^0 = 0$

Finalement $\Delta_r G_5^0 = \Delta_r G_4^0 + \Delta_r G_6^0 = 445,4 \text{ kJ.mol}^{-1}$

$$\text{Enfin } \Delta_r G_5^0 = 4.F. E_5^0 \text{ soit } E_5^0 = \frac{\Delta_r G_5^0}{4 F} \Rightarrow E_5^0 = \frac{445400}{4.6,02.10^{23}.1,6.10^{-19}} \text{ soit } \boxed{E^0 = 1,16 \text{ V}}$$

Cette valeur correspond pratiquement à l'ordonnée de l'intersection, avec l'axe vertical, de la droite séparant les domaines (I) et (III) du diagramme E-pH.