

Partie 1 : Réfraction d'un faisceau d'électrons.

1.1. On applique le théorème de l'énergie cinétique au mouvement des électrons :

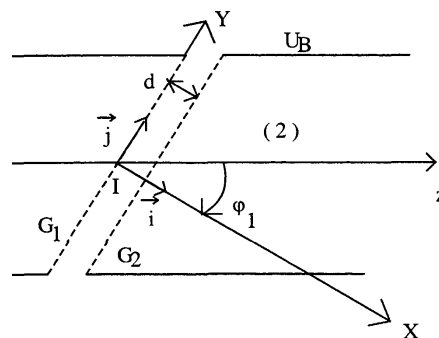
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = e.U_{AC} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2.e.U_{AC}}{m}} = 8400 \text{ km.s}^{-1}$$

1.2. Le volume (1) constitue une cavité dans un conducteur en équilibre.

Le champ électrique est donc nul dans l'espace (1).

Les électrons ne sont soumis à aucune force; leur vitesse est donc constante.

Soit $\vec{v}_1 = \vec{v}_0$ ou $\vec{v}_1 = v_0 \cdot \cos \varphi_1 \vec{i} + v_0 \cdot \sin \varphi_1 \vec{j}$



1.3. En appliquant $\vec{E} = -\text{grad}V$, on obtient : $\vec{E} = \frac{U_{AB}}{d} \vec{i}$

1.4. La force électrostatique qui s'applique sur les électrons est : $\vec{f} = -e\vec{E}$ soit $\vec{F} = \frac{-e.U_{AB}}{d} \vec{i}$

1.5. On applique le PFD : $\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \frac{-e.U_{AB}}{d} \vec{i} = m \cdot \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + m \cdot \frac{dv_y}{dt} \vec{j}$. On en déduit :

$$\frac{dv_y}{dt} = 0 \Rightarrow v_y = \text{cte} = v_0 \cdot \sin \varphi_1$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{-e.U_{AB}}{m.d} \Rightarrow v_x = \frac{-e.U_{AB}}{m.d} t + v_0 \cdot \cos \varphi_1 \Rightarrow \vec{v} = v_1 - \frac{e.U_{AB}}{m.d} t \vec{i}$$

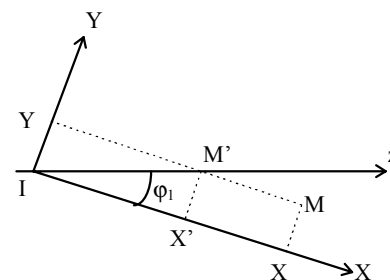
1.6. Il est clair que $\vec{r} = \int_0^t \vec{v} \cdot dt \Rightarrow$

$$\begin{cases} X = -\frac{1}{2} \frac{e.U_{AB}}{m.d} t^2 + v_0 \cdot \cos \varphi_1 \cdot t \\ Y = v_0 \cdot \sin \varphi_1 \cdot t \end{cases}$$

1.7. En éliminant t entre les deux coordonnées X et Y de M, il vient : $X = -\frac{1}{2} \frac{e.U_{AB}}{m.d.v_0^2 \cdot \sin^2 \varphi_1} Y^2 + v_0 \cdot \cot g \varphi_1 \cdot Y$

1.8. La figure ci-contre montre que :

$$IM' = \frac{X'}{\cos \varphi_1} = \frac{Y}{\sin \varphi_1} \Rightarrow X' = Y \cdot \cot g \varphi_1$$



1.9. On calcule $X - X' = -\frac{1}{2} \frac{e.U_{AB}}{m.d.v_0^2 \cdot \sin^2 \varphi_1} Y^2$

Mis à part U_{AB} , toutes les grandeurs qui interviennent au second membre de cette relation sont positives. Donc :

$$\begin{cases} U_{AB} > 0 \Rightarrow X < X' \\ U_{AB} < 0 \Rightarrow X > X' \end{cases}$$

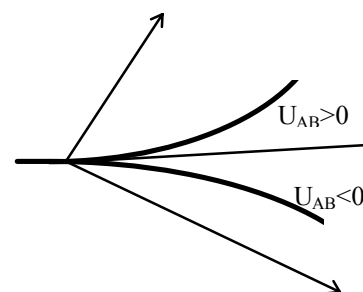
1.10. D'où l'allure des trajectoires représentées ci-contre.

1.11. D'après l'expression de \vec{v} : $v^2 = v_x^2 + v_y^2 = \left(\frac{-e.U_{AB}}{m.d} t + v_0 \cdot \cos \varphi_1 \right)^2 + (v_0 \cdot \sin \varphi_1)^2$

Soit en développant : $v^2 - v_0^2 = -2 \frac{e.U_{AB}}{m.d} \left(-\frac{1}{2} \frac{e.U_{AB}}{m.d} t^2 + v_0 \cdot \cos \varphi_1 t \right)$

La quantité $-\frac{1}{2} \frac{e.U_{AB}}{m.d} t^2 + v_0 \cdot \cos \varphi_1 t = X$ et, sur la grille G_2 , $X = d$.

Donc : $v^2 - v_0^2 = -2 \frac{e.U_{AB}}{m.d} \cdot d$ soit : $v_2 = v_0 \sqrt{1 - 2 \frac{e.U_{AB}}{m.v_0^2}}$ La vitesse v_2 est indépendante de d.



1.12 On a : $\vec{v} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{j} = v_x \cdot \vec{i} \cdot \vec{j} + v_y \cdot \vec{j} \cdot \vec{j} = v_y = v_1 \cdot \sin \phi_1$. Par conséquent $\vec{v} \cdot \vec{j} = v_1 \cdot \sin \phi_1 = cte$

1.13. A la sortie de la grille G_2 la norme de la vitesse est v_2 et l'angle entre \vec{v}_2 et \vec{IX} est égal à ϕ_2 .

Donc, à la sortie : $\vec{v} \cdot \vec{j} = v_2 \cdot \sin \phi_2 \Rightarrow v_2 \cdot \sin \phi_2 = v_1 \cdot \sin \phi_1$

1.14. La région (2) est aussi une cavité dans un conducteur en équilibre. Donc, comme dans la région (1), les électrons ne sont soumis à aucune force; le mouvement est donc rectiligne uniforme.

La trajectoire des électrons est donc une droite.

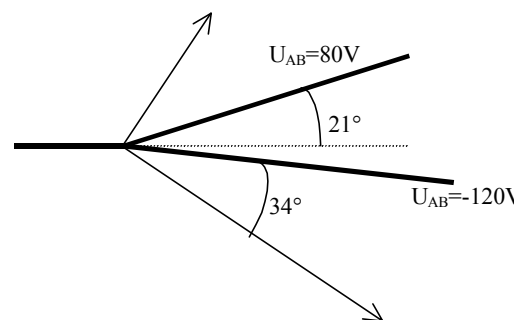
1.15. Avec $\phi_1 = 45^\circ$, on calcule v_2 dans les deux cas.

On a établi : $v_2 = v_0 \sqrt{1 - 2 \frac{e \cdot U_{AB}}{m \cdot v_0^2}}$ avec $v_0 = \frac{2 \cdot e \cdot U_{AC}}{m}$ et $v_0 = v_1 \Rightarrow$

$$v_2 = v_1 \sqrt{1 - \frac{U_{AB}}{U_{AC}}}$$

Il vient : $U_{AB} = 80 \text{ V} \quad \frac{v_2}{v_1} = 0,775 \Rightarrow \sin \phi_2 = 0,913 \quad \text{et} \quad \phi_2 = 66^\circ$

$U_{AB} = -120 \text{ V} \quad \frac{v_2}{v_1} = 1,265 \Rightarrow \sin \phi_2 = 0,559 \quad \text{et} \quad \phi_2 = 34^\circ$



1.16. Loi de Descartes en optique : $n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2$

Et l'indice de réfraction du milieu 2 par rapport au milieu 1 est $n = \frac{n_2}{n_1}$

Par analogie, ici : $n = \frac{v_2}{v_1}$; ce qui donne : $\begin{matrix} U_{AB} = 80\text{V} & : & n = 0,775 \\ U_{AB} = -120\text{V} & : & n = 1,265 \end{matrix}$

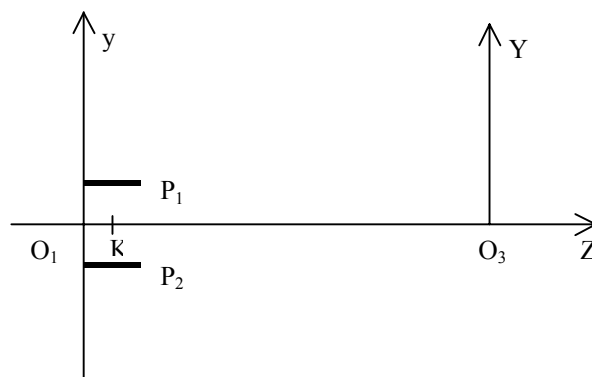
1.17. Si le faisceau incident est divergent, les grilles permettent d'éviter que le faisceau s'élargisse trop.

Partie 2 : Plaques de déflexion

2.1. Les plaques P créent un champ électrique : $\vec{E} = \frac{V_{P1} - V_{P2}}{d} \cdot (-\vec{j})$

Les électrons sont soumis à la force $\vec{F} = -e \cdot \vec{E}$

Soit : $\vec{F} = \frac{e}{d} \cdot U_Y \cdot \vec{j}$



2.2. En projetant la relation $\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$ sur les axes Oy et Oz et en intégrant deux fois, il vient :

$$y = \frac{1}{2} \frac{e}{m \cdot d} \cdot U_Y \cdot t^2 \quad \text{et} \quad z = v_0 \cdot t \Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{e}{m \cdot d} \cdot \frac{U_Y}{v_0^2} \cdot z^2$$

2.3. Après sa sortie des plaques, l'électron n'est soumis à aucune force; sa trajectoire est donc rectiligne et colinéaire au vecteur \vec{v} en sortie.

A la sortie : $v_{zS} = v_0$; $z_S = \ell = v_0 \cdot t_S$; $y_S = \frac{1}{2} \frac{e}{m \cdot d} \cdot \frac{U_Y}{v_0^2} \cdot \ell^2$; $v_{yS} = \frac{e}{m \cdot d} \cdot U_Y \cdot t_S = \frac{e}{m \cdot d} \cdot U_Y \cdot \frac{\ell}{v_0}$

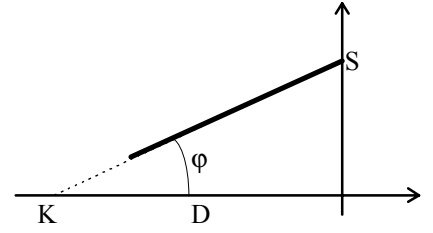
L'équation de la trajectoire s'écrit donc : $\frac{y - y_S}{z - z_S} = \frac{v_{yS}}{v_{zS}} = \frac{e \cdot U_Y \cdot \ell}{m \cdot d \cdot v_0^2}$ ou $y = \frac{e \cdot U_Y \cdot \ell}{m \cdot d \cdot v_0^2} \cdot z + \frac{1}{2} \frac{e \cdot U_Y \cdot \ell^2}{m \cdot d \cdot v_0^2}$

Pour $y = 0$, la relation précédente donne : $z = \frac{\ell}{2}$

La trajectoire est donc une droite dont le prolongement passe par le point K.

2.4. Les coordonnées du point S sont telles que : $X_S = 0$ et $Y_S = D.tg\phi$

Soit :
$$\begin{cases} X_S = 0 \\ Y_S = D \cdot \frac{e.U_Y \cdot \ell}{m.d.v_0^2} \end{cases}$$



2.5. Si les plaques P et Q sont simultanément sous tension, le calcul se fait de la même manière. On obtient :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \frac{e.U_X}{m.d} \cdot t \\ v_y = \frac{e.U_Y}{m.d} \cdot t \\ v_z = v_0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{r} \begin{cases} x = \frac{1}{2} \frac{e.U_X}{m.d} \cdot t^2 \\ y = \frac{e.U_Y}{m.d} \cdot t^2 \\ z = v_0 \cdot t \end{cases}$$

2.6. A la sortie du dispositif de déflexion $z = \ell$ et $t = \frac{\ell}{v_0} \Rightarrow$

$$\vec{v}_1 \begin{cases} v_x = \frac{e.U_X}{m.d} \cdot \frac{\ell}{v_0} \\ v_y = \frac{e.U_Y}{m.d} \cdot \frac{\ell}{v_0} \\ v_z = v_0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{O_1M_1} \begin{cases} x = \frac{1}{2} \frac{e.U_X \cdot \ell^2}{m.d.v_0^2} \\ y = \frac{e.U_Y \cdot \ell^2}{m.d.v_0^2} \\ z = \ell \end{cases}$$

2.7. Pour $t > t_1$, le mouvement de l'électron est rectiligne uniforme.

Par analogie avec la question 2.3. on peut écrire :

$$\begin{cases} x = \frac{e.U_X \cdot \ell}{m.d.v_0} \cdot t - \frac{1}{2} \frac{e.U_X \cdot \ell^2}{m.d.v_0^2} \\ y = \frac{e.U_Y \cdot \ell}{m.d.v_0} \cdot t - \frac{1}{2} \frac{e.U_Y \cdot \ell^2}{m.d.v_0^2} \\ z = v_0 \cdot t \end{cases}$$

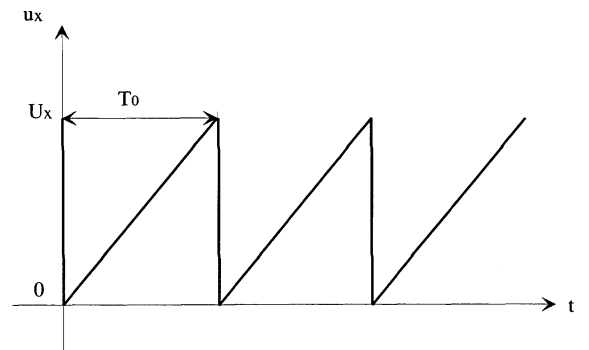
2.8. Ces trois relations sont l'équation paramétrique d'une droite (le paramètre est t). L'intersection de cette droite avec les plans $x = 0$ et $y = 0$ se fait dans les deux cas pour $t = \frac{z}{2v_0}$.

Cette droite passe donc par le point de coordonnées $(x = 0; y = 0; z = \frac{\ell}{2})$. La droite passe donc par K.

2.9. Même calcul qu'en 2.4. Il vient :

$$\begin{cases} X_S = D \cdot \frac{e.U_X \cdot \ell}{m.d.v_0^2} \\ Y_S = D \cdot \frac{e.U_Y \cdot \ell}{m.d.v_0^2} \end{cases}$$

2.10. A.N. $X_S = 8,5 \text{ mm}$ $Y_S = 14,6 \text{ mm}$



Partie 3 : Balayage horizontal ; base de temps

3.1. Entre $t = 0$ et $t = T_0$, $u_x = \frac{U_X}{T_0} \cdot t$

3.2. La durée Δt de passage des électrons entre les plaques vaut sensiblement : $\Delta t \cong \frac{\ell}{v_0} = 1,7 \text{ ns}$

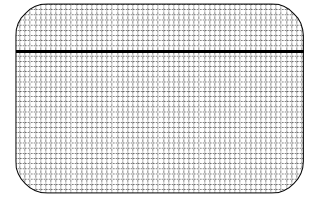
On constate que $\Delta t \ll T_0$

On peut considérer que la déviation créée par les plaques est instantanée.

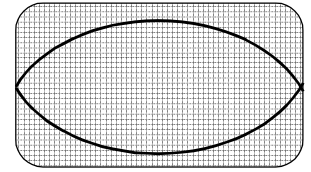
3.3. Pour $u_Y = 100V$ la déviation est constante et vaut $Y_1 = 12,2 \text{ mm}$

Pour $u_Y = 100 \cdot \sin(100\pi t)$, on constate que la période T_2 du signal ($T_2 = \frac{1}{f} = 0,02 \text{ s}$) est double de T_0 . Par conséquent, la première demi-période est inscrite sur l'écran lors d'un premier balayage, la deuxième demi-période lors du balayage suivant. A cause de la persistance des impressions lumineuses, l'utilisateur de l'appareil voit les deux courbes simultanément.

D'où les schémas ci-contre.



$U = 100 \text{ V}$



$U = 100 \cdot \sin(100\pi t)$

3.4. Pendant le temps Δt , il faut que le déplacement du spot ΔY soit inférieur à $\Delta y_0 = 1 \text{ mm}$.

Or $\Delta Y = k \cdot U_Y \cdot 2\pi f \cdot \cos(2\pi f \cdot t) \Delta t$. Dans le cas le plus défavorable $\cos(2\pi f \cdot t) = 1$

La condition s'écrit donc : $\Delta Y = k \cdot U_Y \cdot 2\pi f \cdot \Delta t \leq \Delta y_0 \Rightarrow \boxed{f_m = \frac{\Delta y_0}{k \cdot U_Y \cdot 2\pi \cdot \Delta t} = 7,8 \text{ MHz}}$

3.5. A $t = 0$, le condensateur est déchargé, donc la tension u_C à ses bornes est nulle.

On suppose que AO1 est en régime linéaire. Donc :

$0 = v_+ = v_A = v_S$.

Pour le comparateur : $v_- = v_S = 0 < v_+ = 12 \text{ V}$

Donc K est ouvert.

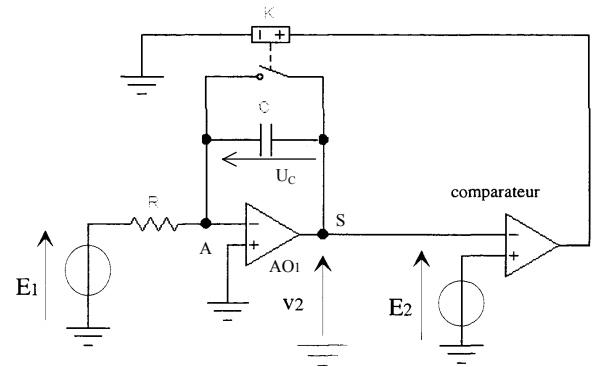
Soit i le courant dans R. On a donc :

$E_1 = R \cdot i$ avec $i = C \frac{du_C}{dt}$ et $u_C = u_A - u_S = 0 - v_2$

D'où : $E_1 = -RC \frac{dv_2}{dt} \Rightarrow \boxed{v_2 = -\frac{E_1}{RC} t}$

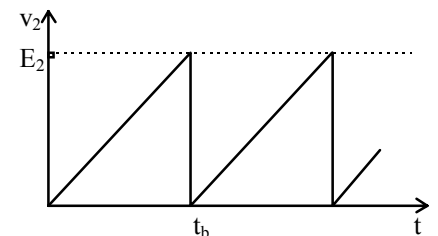
Dans ces conditions le comparateur ne bascule jamais. On suppose que $E_1 < 0$ ou que l'on ajoute un inverseur de manière à ce que la tension v_2 du comparateur soit

$v_2 = \frac{|E_1|}{RC} t$.



3.6. Il y a basculement du comparateur à l'instant t_b où $v_2 = E_2$ soit $E_2 = \frac{E_1}{RC} t_b \Rightarrow \boxed{t_b = RC \frac{E_2}{E_1}}$

3.7. Lorsque l'interrupteur K est fermé, le condensateur se décharge instantanément car la résistance à ses bornes est nulle. Au bout d'un temps de décharge nul, le condensateur se retrouve dans l'état initial et le phénomène précédent se reproduit. D'où la courbe $v_2 = f(t)$ ci-contre.

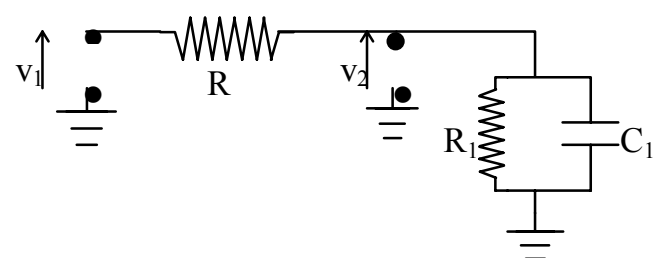


3.8. La période du phénomène est $T = t_b = RC \frac{E_2}{E_1}$

Soit $C = \frac{T \cdot E_1}{R \cdot E_2}$; numériquement $\boxed{C = 12 \mu\text{F}}$

Partie 4 : Sonde d'oscilloscope

4.1. Le schéma du câble et de l'oscilloscope est représenté ci-contre.



4.2.1. Soit Z_1 l'impédance équivalente à $R_1 // C_1$: $\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{R_1} + jC_1\omega \Rightarrow Z_1 = \frac{R_1}{1 + jR_1C_1\omega}$

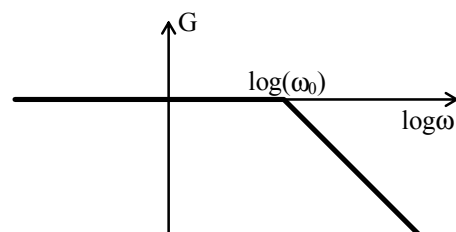
D'autre part, R et Z_1 constituent un diviseur de tension : $\frac{v_2}{v_1} = \frac{Z_1}{R + Z_1} \Rightarrow \underline{T} = \frac{R_1}{R + R_1 + jRR_1C_1\omega}$

\underline{T} s'écrit aussi : $\underline{T} = \frac{\frac{R_1}{R + R_1}}{1 + j \frac{RR_1C_1}{R + R_1}\omega}$ C'est la relation de l'énoncé avec : $A_0 = \frac{R_1}{R + R_1}$
 $\omega_0 = \frac{R + R_1}{RR_1C_1}$

4.2.2. C'est la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre.

Dans la bande passante $G = 20 \cdot \log A_0$.

Hors bande-passante $G = 20 \cdot \log A_0 - 20 \cdot \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$



4.2.3. La fréquence de coupure est telle que $|\underline{T}| = \frac{|\underline{T}|_{\max}}{\sqrt{2}}$

Soit $\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_c = \omega_0$ ou $f_c = \frac{\omega_0}{2\pi} = 64 \text{ kHz}$

4.3. La tension d'entrée est un échelon d'amplitude E_0 . Alors, v_2 est telle que : $v_2 \left(1 + \frac{1}{\omega_0} \cdot j\omega\right) = E_0$

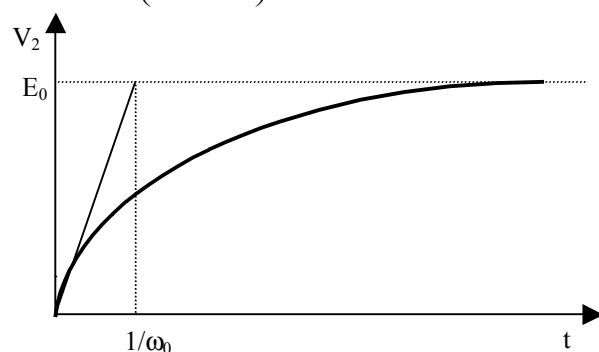
Or, une multiplication par $j\omega$ est équivalente à une dérivation.

Donc v_2 est solution de : $v_2 + \frac{1}{\omega_0} \frac{dv_2}{dt} = E_0$

La solution de cette équation différentielle est : $v_2 = E_0(1 - e^{-\omega_0 t})$

Numériquement $v_2 = E_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{1,6 \cdot 10^{-4}}}\right)$

L'allure de la courbe correspondante est représentée ci-contre.



4.4. La constante de temps du circuit est $\tau = \frac{1}{\omega_0} = 0,16 \text{ ms}$, du

même ordre de grandeur que la demi-période du signal carré :

$\frac{T}{2} = 0,05 \text{ ms}$.

En régime permanent, la tension v_2 évolue entre deux limites V_1 et V_2 .

Lorsque $v_1 = E_0 = 12 \text{ V}$, v_2 croît de V_1 à V_2 ; lorsque $v_1 = 0$, v_2 décroît de V_2 à V_1 .

L'allure des courbes est représentée ci-contre.

• $0 < t < T/2$

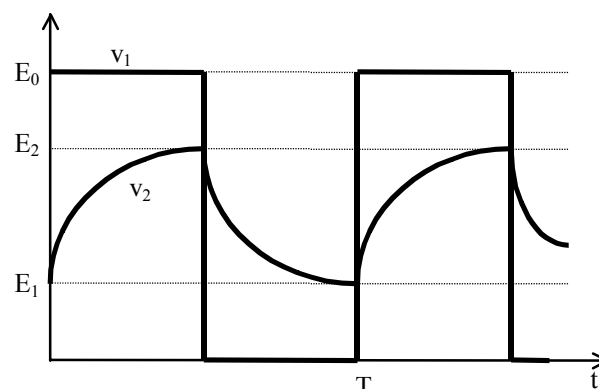
L'équation différentielle vérifiée par v_2 s'écrit :

$v_2 + \tau \frac{dv_2}{dt} = E_0$. La solution est de la forme : $v_2 = E_0 + \lambda e^{-\frac{t}{\tau}}$

A $t = 0$, $v_2 = E_1 \Rightarrow \lambda = E_1 - E_0 \Rightarrow v_2 = E_0 + (E_1 - E_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$

• $T/2 < t < T$

L'équation différentielle vérifiée par v_2 s'écrit : $v_2 + \tau \frac{dv_2}{dt} = 0$. La solution est de la forme : $v_2 = \mu e^{-\frac{t}{\tau}}$



On fait un changement d'origine des temps, en choisissant l'origine au début de cet intervalle.

A $t = 0$, on a : $v_2 = E_2 \Rightarrow v_2 = E_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

On écrit la continuité en $t = T/2$ et $t = T$; soit, en posant $x = e^{-\frac{t}{2\tau}}$: $E_1 = E_2 \cdot x$ et $E_2 = E_0 + (E_1 - E_0) \cdot x$

On élimine E_2 : $\frac{E_1}{x} = E_0 + E_1 \cdot x - E_0 \cdot x \Rightarrow E_1 = E_0 \frac{1-x}{1-x}$ ou $E_1 = E_0 \frac{x}{1+x}$ et $E_2 = E_0 \frac{1}{1+x}$

Enfinement : $E_1 = E_0 \frac{e^{-\frac{\omega_0 T}{2}}}{1 + e^{-\frac{\omega_0 T}{2}}}$ et $E_2 = E_0 \frac{1}{1 + e^{-\frac{\omega_0 T}{2}}}$ Numériquement : $E_1 = 5,0 \text{ V}$ $E_2 = 6,9 \text{ V}$

Ceci s'interprète de la manière suivante :

On peut considérer que le signal carré se décompose en série de Fourier; le filtre passe-bas ne laisse passer que les harmoniques de rang les plus faibles. La recombinaison de ces harmoniques donne le signal pseudo-triangulaire observé.

4.5.1. On utilise une sonde compensée.

Les calculs sont identiques aux précédents, à condition de remplacer R par $Z_2 = \text{impédance équivalente à } R_2 // C_2$.

Soit : $Z_2 = \frac{R_2}{1 + jR_2 C_2 \omega}$. On a donc : $\underline{T} = \frac{R_1}{R_1 + (1 + jR_1 C_1 \omega) \frac{R_2}{1 + jR_2 C_2 \omega}}$ ou $\underline{T} = \frac{1}{\frac{R_2(1 + jR_1 C_1 \omega)}{1 + jR_2 C_2 \omega} + \frac{R_1(1 + jR_2 C_2 \omega)}{1 + jR_2 C_2 \omega}}$

4.5.2. La fonction \underline{T} est réelle si $\frac{1 + jR_1 C_1 \omega}{1 + jR_2 C_2 \omega} \in \mathfrak{R}$

On rend rationnel, le dénominateur de cette fraction en multipliant numérateur et dénominateur par la quantité conjuguée; il faut alors que la partie complexe du numérateur soit nulle. Cette dernière condition s'écrit :

$R_1 C_1 \omega - R_1 C_1 \omega = 0$ soit : $\frac{R_1 C_1 \omega - R_1 C_1 \omega}{1 + R_2^2 C_2^2 \omega^2} = 0$

Dans ce cas, $\underline{T} = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$ Numériquement : $\underline{T} = \frac{1}{10}$

4.5.3. Si la fonction de transfert est réelle, le signal n'est pas déformé.

La réponse est donc un créneau d'amplitude 1,2 V.

4.5.4. La compensation permet d'avoir un signal appliqué à l'oscilloscope identique au signal d'entrée. La capacité variable C_2 permet de régler avec précision cette compensation.

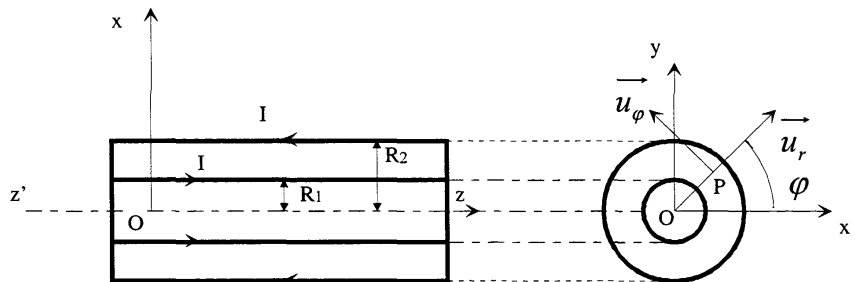
Partie 5 : Propagation du champ électromagnétique dans un câble coaxial

5.1. Le champ électrique est radial ;

donc $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_r \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et : $\text{rot}(\vec{E}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial E_r}{\partial z} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial z} = 0 \end{pmatrix}$

En outre, la relation de Maxwell- Faraday

$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ montre que \vec{B} n'a que sa



composante selon \vec{u}_ϕ qui est différente de 0.

Par conséquent \vec{B} est colinéaire à \vec{u}_ϕ . Cette propriété se retrouve aussi en utilisant la symétrie.

5.2. On applique le théorème d'Ampère en choisissant un contour circulaire de rayon r, centré sur l'axe du câble.

Le vecteur inducteur étant orthoradial, il vient : $B \cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot I_m(z) e^{j\omega t}$

Soit : $\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi r} \cdot I_m(z) \cdot e^{j\omega t} \cdot \vec{u}_\phi$

5.3. On applique maintenant la relation locale de Maxwell-Ampère : $\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{J} + \epsilon \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Dans le diélectrique $\vec{J} = 0$; la relation précédente projetée sur \vec{u}_r nous donne : $-\frac{\partial B_\phi}{\partial z} = \epsilon \mu_0 \frac{\partial E_r}{\partial t}$

Soit : $-\frac{\mu_0}{2\pi r} \cdot \frac{dI_m}{dz} e^{j\omega t} = \epsilon \mu_0 \frac{\partial E_r}{\partial t} \Rightarrow E_r = -\frac{1}{2\pi \epsilon r} \frac{dI_m}{dz} \frac{1}{j\omega} e^{j\omega t}$ ou $\vec{E}(M,t) = \frac{1}{2\pi \epsilon r \omega} \frac{dI_m}{dz} e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})} \cdot \vec{u}_r$

5.4. On applique la relation : que l'on projette sur . On obtient :

En explicitant et en simplifiant, il vient : ou

Les solutions de cette équations sont de la forme .

Seule la solution avec un signe - est physiquement acceptable. On pose et

5.5. L'intensité I s'écrit alors :

On constate que les paramètres d'espace et de temps z et t appartiennent à la même fonction; on reconnaît

l'équation d'une onde de courant qui propage dans la direction des z positifs.

La vitesse de phase est donnée par la relation :

soit

5.6. A partir de l'expression de \underline{I}_z , on peut déduire les expressions complexes de

et

Soit :

et

D'où les expressions réelles :

et

On retrouve les propriétés classiques des ondes électromagnétiques progressives dans le vide :

• trièdre , , (direction de propagation) direct

• rapport

5.7. Le vecteur de Poynting est

Sa valeur moyenne à travers une section droite du câble est telle que :

Avec

et

, il vient :

Soit

La puissance électromagnétique moyenne P transportée dans l'isolant par l'onde, est égale au flux du vecteur de Poynting moyen à travers une section droite de l'isolant.

On calcule la valeur moyenne de

au cours du temps, sur une section droite.

On sait que la valeur moyenne d'un \cos^2 est égale à

; par conséquent la valeur moyenne de

au cours du temps, pour une section droite vaut :

On a donc :

avec

Finalement :

La puissance transportée par l'onde est égale à l'énergie contenue dans un cylindre de génératrices parallèles à Oz et de longueur égale à v_g , vitesse de propagation de l'énergie.

L'énergie elle-même est égale à l'intégrale de la densité électromagnétique d'énergie sur tout ce volume.

On a donc :

En égalant les deux expressions de , on obtient