PT 2009 Thermo Réacteur à eau pressurisée

I Intro

1 Rendement de Carnot (Cours) $\eta_c = (T_c - T_f)/T_c = 45,3\%$
2 Puissance thermique : $P_{th} = P_{méca}/\eta = 4143\,MW$
3 Rayon du réacteur : $R = 2\,m$

II Pressuriseur

Dans le pressuriseur l'eau liquide et l'eau vapeur sont à l'équilibre sous : $T_e = 345°C, P_e = 155\,bars$ (non donné explicitement). On est alors assuré que l'eau circulant dans le coeur à une température maxi de $T = 330°C, (P_e = 129 bars)$ reste à l'état liquide. L'apparition d'une phase gazeuse réduirait de façon dramatique la conduction thermique du milieu.

La question 7 plutôt surprenante. (maladresse ou piège...)

On demande de placer *le point M* d'équilibre liquide-vapeur sur un diagramme de Clapeyron (P,V).

Rappelons que dans ce diagramme, *le point M* devient un segment horizontal M'M" : palier de changement d'état avec P'=P"=Pe (= 155 bars) et v(M') = $v\prime = 1,686\,\ell.m^{-3}$ et v(M") = $v" = 9,771\,\ell.m^{-3}$ volumes massiques respectifs du liquide saturant et de la vapeur saturante. On n'est plus très loin du point critique ($T_c = 374,15\,°C, P_c = 221,3\,bars$) et le volume massique de la vapeur se rapproche de celui du liquide.

III Générateur de vapeur (échangeur thermique)

Questions très classiques sur un échangeur thermique malheureusement les raisonnements sont rendus délicats suite à plusieurs problèmes de présentation...

Remarquons la formulation "malheureuse" de la loi de Newton :

$$\delta Q = h \times \Delta T \times dS \times dt \;(1)$$

D'abord un problème de notation : on utilise la même notation h

* pour l'**enthalpie massique** dans l'expression du premier principe en écoulement :

$$\Delta h = w_i + q_e \text{ en } [J.kg^{-1}](2)$$

* pour le **coefficient convectif** de Newton $[h] : J.s^{-1}.K^{-1}.m^{-2} = W.K^{-1}.m^{-2}$

Pour la clarté du corrigé nous remplaçons ici ce dernier par la notation α.

Il aurait par ailleurs été préférable d'écrire $\delta^2 Q$ plutôt que δQ puisqu'il s'agit d'une chaleur transférée au travers d'une surface élémentaire dS lors d'une durée élémentaire dt .

Il est plus simple de parler de **puissance élémentaire échangée** au travers de dS :

$$\delta^2 Q/dt = \delta P = \alpha \times \Delta T \times dS \quad (3)$$

L'expression de la surface dS est également délicate à comprendre sur le schéma, donné sans perspective.

Il faut comprendre que les fluides primaire et secondaire circulent au travers de tubes concentriques de longueur L et que l'écart des températuresΔT varie avec l'abscisse x ($0 \leq x \leq L$).

Le périmètre ℓ représente la circonférence de la paroi (mince) séparant les tubes $\ell = 2\pi r$ normale à x , et donc "isotherme". Ce qui permet d'utiliser $dS = \ell \times dx$.

Un bilan de puissance thermique échangée sur un élément de tube de longueur dx donne :

$$\delta P_{1\to 2} = \alpha \times (T_1 - T_2) \times \ell dx \quad (4)$$

Le premier principe écrit en terme de puissance se réécrit :

$$D \times \Delta h = P_{méca} + P_{thermique} \quad (5) \text{ avec } [D] : kg.s^{-1} ; [\Delta h] : J.kg^{-1} ; [P] : W$$

$$\Delta h = c \times \Delta T \quad \text{(fluide sans cht d'état) avec } [c] : J.kg^{-1}.K^{-1}$$

Cette dernière relation n'étant en fait pas valable dans le GV puisque (comme son nom l'indique) il y a vaporisation et donc variation d'enthalpie de changement d'état. Les résultats obtenus ci-dessous ne concerne qu'un échangeur sans changement d'état...

Le GV étant sans pièces mobiles $P_{méca} = 0$, la puissance thermique étant donnée par (4)

Appliqué au tronçon de tube de longueur dx (5) donne alors :

$$D_2 \times c \times dT_2 = -D_1 \times c \times dT_1 = \delta P_{1\to 2} > 0 \quad (6)$$

où dT_i représente la variation de température du fluide i entre son "entrée" et sa "sortie" du tronçon de largeur dx. Le sens entrée => sortie étant donné par le sens de l'écoulement.

Le fluide chaud (1) s'écoulant à **contre-courant** en se refroidissant, on a $dT_1 = (-dT_1/dx) \times dx$

Par contre $dT_2 = (+dT_2/dx) \times dx$ (Vérifier les signes en s'imposant $dx > 0$).

Il est maintenant facile d'obtenir l'équation différentielle à laquelle obéit la variable $\Delta T(x) = T_1(x) - T_2(x) = \theta(x)$

$$dT_1 = -\frac{\delta P_{1\to 2}}{D_1 \times c} = +\frac{\alpha \times (T_1 - T_2) \times \ell}{D_1 \times c} dx$$
$$dT_2 = +\frac{\delta P_{1\to 2}}{D_2 \times c} = \frac{\alpha \times (T_1 - T_2) \times \ell}{D_2 \times c} dx$$
$$\frac{d}{dx}(T_1 - T_2) = \frac{\alpha \times (T_1 - T_2) \times \ell}{c} \times \left(\frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2}\right)$$
$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\alpha\ell}{cD} \times \theta(x) \quad \text{avec} \quad \frac{1}{D} = \frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2}$$
$$\frac{d\theta}{\theta} = \frac{\alpha\ell}{cD} \times dx \to ln\left(\frac{\theta(L)}{\theta(0)}\right) = \frac{\alpha\ell}{cD} \times L = \frac{\alpha S}{cD} \quad (7)$$

Ce qui correspond bien à la formule donnée en (17) avec le bon signe puisque :

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2} = -\frac{D_1 - D_2}{D_1 D_2}$$

La puissance thermique reçue par le circuit secondaire (et cédée par le primaire) s'écrit alors :

$$P_{th} = D_2 \times c \times (T_{2S} - T_{2E}) = -D_1 \times c \times (T_{1S} - T_{1E})$$
$$\frac{P_{th}}{D_2 \times c} = T_{2S} - T_{2E} \,;\; \frac{P_{th}}{D_1 \times c} = T_{1E} - T_{1S}$$
$$P_{th} \times \left(\frac{1}{D_2 \times c} - \frac{1}{D_1 \times c}\right) = \theta(0) - \theta(L) \to \frac{P_{th}}{cD} = \theta(L) - \theta(0) \text{ en utilisant (7) on trouve :}$$
$$P_{th} = \alpha S \frac{\theta(0) - \theta(L)}{ln[\theta(0)/\theta(L)]} = \alpha S \times \Delta T_{ml} \quad \text{A.N.} \quad \Delta T_{ml} = \frac{60 - 40}{ln(60/40)} = 49,326\,K$$

La puissance thermique à échanger a été calculée dans la première partie (parties largement indépendantes...)

$$P_{th} = 4143\,MW;\; \alpha = 3000\,W.m^{-2}.K^{-1} \to S = 28\,000\,m^2$$

Cette surface gigantesque nécessite plusieurs GV en parallèle (3 ou 4)

Dans un seul GV le fluide primaire circule dans plusieurs milliers de tubes en "épingle à cheveux". Si une fissure apparaît le tube est mis hors circuit.

Au-delà de 15% *de tubes hors service, le remplacement du GV s'impose* (*élément de* 400 *tonnes environ...*)

IV Cycle secondaire

Les calculs très classiques ont été largement discutés en cours.

Nous donnons simplement le tableau des résultats.

Q22 : nous avons tenu compte du travail indiqué de la pompe, faible mais facilement calculable puisque l'opération est isentropique et l'eau liquide est supposée incompressible ($v = 1L.kg^{-1}$). On obtient :

$$w_{pompe} = \Delta h = \int (vdP + Tds) = v \times (P_1 - P_6) = 7,4\,kJ.kg^{-1}$$

Tableau (**enrichi**...)

	$P(bar)$	$T(°C)$	*état*	x	$h(kJ.kg^{-1})$ et/ou w,q	$s(kJ.K^{-1}.kg^{-1})$
1	74	35	L		154	0.5049
GénVapeur	$\Delta P = 0$				$q_{GV} = \Delta h = +2632$	$\Delta s = \int \delta Q/T > 0$
2	74	290	$VSat$	1	2786	5.8877
TurbineHP	$\Delta P < 0$				$w_{THP} = \Delta h = -309.67$	$\Delta s = 0$
3	11	185	$L+V$	0.847	2476.3	5.8877
SurChauffeur	$\Delta P = 0$	$\Delta T > 0$			$q_{SC} = \Delta h = +382.7$	
4	11	267	$Vsurch$		2859	7.0123
TurbineBP	$\Delta P < 0$				$w_{TBP} = \Delta h = -706.9$	$\Delta s = 0$
5	0.05	35	$L+V$	0.829	2152.1	7.0123
ConDenseur	$\Delta P = 0$				$q_{CD} = \Delta h = -2005.5$	
6	0.05	35	LS	0	146.6	0.5049
Pompe					$w_P = \Delta h = v \times \Delta P = +7.4$	$\Delta s = 0$
1	74	35	L		154	0.5049

Le titre en vapeur x n'a été précisé que dans le domaine de saturation ($0 \le x \le 1$)
Les taux d'humidité (τ) en sortie des turbines valent respectivement :

$$\tau_{HP} = 15,3\% ; \tau_{BP} = 17,1\%$$

On dépasse donc légèrement la valeur admissible (15 %)
Une détente directe sans surchauffe amène à $x = 0,686$ soit un taux d'humidité excessif de 31%
Rendement du cycle :

$$\eta = \frac{-w_t}{q_{payante}} = \frac{-w_{THP} - w_{TBP} - w_P}{q_{GV} + q_{SC}} = \frac{1009}{3015} = 33,5\%$$

Puissance à l'arbre : $P = (-w_{THP} - w_{TBP}) \times D_2 = 1,75\,GW$
nettement supérieure à la puissance annoncée en début d'énoncé (*REP à* 1450 *MW* ...)
Rappelons que nous aurions du négliger la puissance de la pompe qui représente dans l'absolu la bagatelle de 12,7 MW mais en relatif moins de 1% de la puissance fournie.
Calculs annexes
Revenons sur la puissance fournie par le circuit primaire :

$$P_{th} = D_2 \times (q_{GV} + q_{SC}) = 5,2\,GW$$

On peut en déduire la température de retour de l'eau primaire dans le coeur :

$$P_{th} = D_1 \times c \times \Delta T_1 \; ; \; D_1 = 15000\,kg.s^{-1} ; c = 5\,kJ.K^{-1}.kg^{-1} \rightarrow$$
$$\Delta T_1 = -69\,°C \rightarrow T_{retour} = 261°C$$

On peut alors faire un bilan d'entropie au GV, montrant que s'il est adiabatique il n'est pas réversible.
Les variations d'entropie massique de l'eau primaire et de l'eau secondaire valent respectivement :

$$\Delta s_p = c \times ln\left(\frac{T_{retour}}{T_1}\right) = 5 \times ln\left(\frac{534}{603}\right) = -0,6076\,kJ.K^{-1}.kg^{-1}$$
$$\Delta s_s = \Delta s_{GV} + \Delta s_{CD} = (s_2 - s_1) + (s_4 - s_3) = s_4 - s_1 = +6,507\,kJ.K^{-1}.kg^{-1}$$

On en déduit l'entropie créée par seconde :

$$\frac{dS_c}{dt} = D_1 \times \Delta s_p + D_2 \times \Delta s_s = -9114 + 11193 = +2079\,kW.K^{-1}$$